ШИРОКОВ Евгений Алексеевич

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО ПАКЕТА РЕЗОНАНСНЫХ КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН АНТЕННАМИ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

01.04.08 — физика плазмы

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (г. Нижний Новгород).

Научный руководитель:

Чугунов Юрий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (ИПФ РАН).

Официальные оппоненты:

Кудрин Александр Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского» (ННГУ);

Шкляр Давид Рувимович, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН).

Ведущая организация:

профессор

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта Российской академии наук (ИФЗ РАН, г. Москва).

Защита состоится «» 2016 г. в 15 часов диссертационного совета Д 002.069.02 в Институте прикл РАН (603950, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46).	
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПФ Р	PAH.
Автореферат разослан «» 2016 г.	
Ученый секретарь диссертационного совета доктор физико-математических наук,	

2

Ю.В. Чугунов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИИ

Актуальность темы исследования

Антенны служат одним из основных инструментов в изучении космической плазмы. Они используются для диагностики параметров космической плазмы (например, в ионосфере и магнитосфере Земли), регистрации шумовых излучений и генерации электромагнитного излучения в ней, а также для нелинейного воздействия на неё. Актуальны также лабораторные исследования, в которых моделируются условия космической плазмы. Всё это обусловливает весьма значительный практический интерес к теоретическому исследованию возбуждения и распространения волн в магнитоактивной плазме.

Фундаментальное значение исследования этих вопросов обусловлено своеобразными свойствами, которые проявляет плазма в магнитном поле (анизотропия, пространственно-временная дисперсия, возможные неоднородность и нелинейность) и изучение которых представляет общефизический интерес [1,2].

К основным направлениям современных теоретических исследований возбуждения и распространения волн в магнитоактивной плазме следует отнести следующие.

- 1) Анализ пространственно-временных распределений поля излучения в линейном случае в различных условиях, например в неоднородной плазме.
- 2) Построение аналитических моделей, описывающих нелинейные (ионизационные, тепловые, стрикционные) явления в плазме, связанные с самовоздействием волн.
- 3) Развитие теоретических основ численных методов расчёта различных задач в плазме.

Основное внимание в исследованиях возбуждения и распространения волн в магнитоактивной плазме традиционно уделяется так называемому резонансному случаю, когда поверхность волновых векторов на заданной частоте не замкнута и имеет асимптоты, в окрестности которых может возбуждаться широкий волновой пакет с достаточно большими волновыми числами [1]. Асимптоты волновой поверхности образуют так называемый резонансный конус. Такие волны являются квазипотенциальными и достаточно эффективно возбуждаются антеннами, размер которых много меньше длины электромагнитной волны в плазме. Поскольку реально достижимый размер антенн, устанавливаемых на космических аппаратах (ракетах, искусственных спутниках), обычно мал в масштабах этой длины

волны, то во многих космических экспериментах реализуется возбуждение (или приём) пакета резонансных квазиэлектростатических волн [3]. В силу особенностей своей пространственной структуры, обусловленной наличием особенности (или резкого максимума при учёте столкновений электронов) электрического поля на связанных с источником характеристиках гиперболического уравнения для потенциала, этот пакет волн позволяет осуществлять эффективное нелинейное воздействие на плазму. Это приводит, в частности, к возникновению вытянутых вдоль внешнего магнитного поля областей с повышенной концентрацией плазмы (плазменных дактов), в которых происходит каналирование волн. Изучение таких плазменно-волновых каналов также представляет интерес [4].

Первые работы, посвящённые возбуждению и распространению резонансных волн в анизотропной плазме в линейном режиме, относятся к середине XX века, когда начали интенсивно развиваться различные научные направления, связанные с освоением и изучением космоса [5]. К основным результатам тех исследований следует отнести следующие.

В приближении заданного (постоянного) распределения заряда вдоль тонкого квазистатического антенного провода был вычислен импеданс последнего в анизотропной плазме [6]. Отмечено, что в резонансных диапазонах частот этот импеданс имеет значительную ненулевую (в равновесной плазме — положительную) действительную часть, что соответствует возбуждению плазменной волны. Аналитическое решение соответствующей электродинамической задачи о распределении заряда вдоль тонкого антенного провода, основанное на анализе интегрального уравнения, показало, что это распределение действительно можно считать постоянным, если угол ориентации антенны относительно магнитного поля не слишком близок к резонансному [7].

При решении задачи об излучении заданного монохроматического источника в однородной анизотропной среде (плазме) было отмечено, что поле излучения имеет особенность на резонансном конусе (см., например, [8]). Излучение нестационарных источников было проанализировано в статьях [9] для импульсного сигнала в форме дельта-функции и [10] для мгновенного включения монохроматического сигнала.

Общие закономерности распространения волн в неоднородной магнитоактивной плазме обсуждаются в работах [11, 12]. Дополнительные особенности в распределении поля, обусловленные неоднородностью среды, могут возникать из-за появления так называемой параболической границы (между областями эллиптичности и гиперболичности уравнения для потенциала) и из-за возможного сгущения (уплотнения) характеристик гиперболического уравнения для потенциала вблизи этой границы. Значительное внимание было уделено линейной электродинамике плаз-

менных дактов [1, 4, 13–15], т. к. они могут возбуждаться в околоземной плазме. При этом рассмотрение проводилось в основном без использования квазистатического приближения. Было показано, что в общем случае цилиндрические плазменные неоднородности, например, с повышенной концентрацией частиц могут каналировать электромагнитные волны, в частности свистового диапазона частот, т. е. могут рассматриваться как плазменные волноводы. Эти волноводы обладают достаточно сложной структурой собственных мод, которая состоит из волн не только дискретного, но и непрерывного спектра.

Анализу нелинейных процессов в плазме посвящено значительное число работ, например [1,16]. Дать сколь-нибудь полный обзор всех работ по этой тематике не представляется возможным. Относительно резонансных плазменных дактов, которым посвящена часть данной диссертации, можно отметить следующее. Впервые они были получены в лабораторных условиях в 1979 году [17]. В дальнейшем, на протяжении нескольких десятилетий, эксперименты по созданию таких плазменно-волновых каналов неоднократно ставились не только в лабораторной, но и в ионосферной плазме [18-20]. Большое внимание при этом уделялось режиму низкочастотной амплитудной модуляции сигнала на излучающей антенне, когда происходило эффективное переизлучение электромагнитных волн на частоте модуляции плазменным шнуром. Общая нелинейная теория, объясняющая нестационарный процесс формирования плазменноволновых каналов, всё ещё не развита. Самосогласованные распределения электрического поля и концентрации плазмы поперёк безграничного плазменного дакта найдены в статье [18]. Стационарные распределения электрического поля, концентрации и температуры плазмы в канале конечной длины были найдены численно в ряде случаев [21, 22].

Численные методы в различных областях физики плазмы применяются достаточно широко [23]. Численному решению задач возбуждения, когда по заданному потенциалу на поверхности антенны требуется рассчитать распределение заряда, уделяется значительно меньше внимания. Отметим, что в вакууме для антенн достаточно сложной геометрии такая задача решается методом моментов, позволяющим свести интегральное уравнение, соответствующее электродинамическому граничному условию на поверхности антенны (проводника), к системе линейных алгебраических [24–26]. В магнитоактивной плазме и прочих анизотропных средах соответствующее численное рассмотрение методом моментов до сих пор не проводилось. Причина этого заключается в том, что в общем случае в среде с анизотропией диэлектрической проницаемости уравнения для векторного и скалярного потенциала весьма затруднительно свести к сравнительно простой форме. Тем не менее следует отметить, что в

последние годы появилось несколько работ по этой тематике. Например, было предложено обобщение калибровки Лоренца на случай неоднородной анизотропной среды [27], правда при этом не было уделено должного внимания возможному резонансному случаю.

Цель работы

Основной целью данной работы является развитие теории возбуждения и распространения пространственно-временного пакета резонансных квазиэлектростатических волн антеннами в плазме, а именно: детальный теоретический анализ распространения импульсного сигнала в однородной и неоднородной плазме в линейном режиме, построение самосогласованной модели стадии формирования (роста) плазменно-волнового канала в условиях ионизационной нелинейности, разработка теоретических основ численного метода моментов для расчёта квазистатических антенн в плазме.

Научная новизна

- 1) Детально проанализировано излучение прямоугольного импульса пакета медленных квазиэлектростатических волн, возбуждаемых в магнитоактивной плазме в резонансной полосе частот, в частности найдены эффекты группового запаздывания и аномального расплывания.
- 2) Дано детальное объяснение двухточечному (излучатель—приёмник) ионосферному эксперименту OEDIPUS-C на частоте излучения $100~\mathrm{k\Gamma}$ ц.
- 3) Найдено аналитическое автомодельное солитоноподобное решение нестационарной самосогласованной нелинейной системы уравнений для концентрации плазмы и величины электрического поля, которое соответствует росту плазменно-волнового канала в направлении внешнего магнитного поля в условиях резонанса.
- 4) Показано, что численный метод моментов может быть использован для расчёта распределений заряда по поверхности антенн в магнитоактивной плазме в квазистатическом приближении, в том числе в резонансных условиях.

Основные положения, выносимые на защиту

1) Импульс пакета медленных квазиэлектростатических волн, возбуждаемых в магнитоактивной плазме в резонансной полосе частот, испытывает заметное искажение формы, обусловленное эффектами группового запаздывания и аномального расплывания (для получения последнего достаточно учесть линейный член в разложении дисперсионного соотношения по частоте и пренебречь последующими слагаемыми, в том

числе квадратичным). Эти эффекты заметно проявлялись в двухточечном (излучатель—приёмник) ионосферном эксперименте OEDIPUS-C на частоте 100 кГц, которому дано детальное объяснение.

- 2) Линейное уравнение для нестационарного резонансного квазиэлектростатического поля излучения в магнитоактивной плазме имеет класс решений, которые найдены аналитически и зависят от «автомодельной» переменной, включающей в себя и время, и пространственные координаты.
- 3) Нестационарная самосогласованная нелинейная система уравнений для концентрации плазмы и величины электрического поля имеет автомодельное солитоноподобное решение, которое найдено аналитически и соответствует росту плазменно-волнового канала в направлении внешнего магнитного поля в условиях резонанса.
- 4) Численный метод моментов может быть использован для расчёта распределений заряда по поверхности антенн в магнитоактивной плазме в квазистатическом приближении, в том числе в резонансных условиях, когда функция Грина уравнения для потенциала комплексная и имеет особенность на характеристиках этого уравнения.

Научная и практическая значимость

Полученные в диссертации результаты имеют значительное общефизическое значение, обусловленное своеобразием электродинамических свойств плазмы, и весьма широкую практическую ценность, связанную с возможностями дальнейшего развития методов диагностики параметров околоземной плазмы и нелинейного воздействия на неё.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных в диссертационной работе результатов обусловлена использованием апробированных теоретических (на основе анализа уравнений Максвелла с учётом диэлектрических свойств плазмы, а также уравнений для концентрации и температуры электронов) и простейших численных методов исследований плазмы, а также достоверностью исходных экспериментальных данных. Обоснованность полученных выводов позволяет считать, что сформулированные в диссертации результаты обладают высокой степенью достоверности. По теме диссертации опубликовано 6 статей в рецензируемых российских и зарубежных научных журналах, 4 статьи в сборниках трудов конференций и 8 тезисов докладов на конференциях [А1–А18]. Материалы диссертации докладывались на научной студенческой конференции Высшей школы общей и прикладной физики ННГУ «ВШОПФ'2011» (г. Нижний Новгород, 30–31 мая 2011 г.), ежегодных конференциях «Физика плазмы в Солнечной

системе» (г. Москва, 6–10 февраля 2012 г., 4–8 февраля 2013 г., 10–14 февраля 2014 г., 16–20 февраля 2015 г., 15–19 февраля 2016 г.), XVII научной конференции по радиофизике, посвящённой 100-летию со дня рождения В. С. Троицкого (г. Нижний Новгород, 13–17 мая 2013 г.), 41st EPS Conference on Plasma Physics (г. Берлин, Германия, 23–27 июня 2014 г.), XXXI URSI General Assembly and Scientific Symposium (г. Пекин, Китай, 16–23 августа 2014 г.), 1st URSI Atlantic Radio Science Conference (Гран-Канария, Испания, 16–24 мая 2015 г.), XVIII Конкурсе работ молодых учёных ИПФ РАН (г. Нижний Новгород, 8–12 февраля 2016 г.), XXXIX семинаре «Физика авроральных явлений» (г. Апатиты, 29 февраля–4 марта 2016 г.) и внутренних семинарах ИПФ РАН. Детальное объяснение данных эксперимента ОЕDIPUS-С было включёно как важный результат в Отчётный доклад Президиума Российской академии наук о научных достижениях РАН в 2012 году [28].

Личный вклад автора

Основные результаты, представленные в диссертации и вошедшие в работы [A1–A18], получены либо лично автором, либо при его непосредственном участии. Вклад соискателя состоял в аналитическом и численном исследовании уравнений для электрического поля квазипотенциальных волн, концентрации и температуры электронов, а также в написании статей. Теоретические исследования проводились автором при консультативной поддержке со стороны научного руководителя. Большая часть численных расчётов выполнена автором диссертации лично.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы (работы автора приведены отдельным списком). Общий объём диссертации составляет 102 страницы, включая 27 рисунков и 2 таблицы. Список литературы содержит 106 наименований, из них 18 — работы автора по теме диссертации.

Во введении обоснована актуальность выбранной тематики исследований, определены цель и решаемые задачи, сформулированы положения, выносимые на защиту, приведены структура диссертации и её краткое содержание.

В главе 1 рассматриваются различные аспекты возбуждения, распространения и приёма пакета резонансных квазиэлектростатических волн в магнитоактивной плазме в линейном случае. В начале этой главы рассматриваются общие свойства плоской монохроматической волны в магнитоактивной плазме в резонансных условиях в квазистатическом приближении $L_{\rm tr}/\lambda \ll 1$, где $L_{\rm tr}$ — характерный размер излучателя,

 λ — длина электромагнитной волны в плазме. Приводятся выражения для тензора диэлектрической проницаемости плазмы $\hat{\varepsilon}$ и формулируются уравнения Максвелла в этом приближении. В частности, комплексная амплитуда электрического поля **E** выражается через скалярный потенциал: $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$. Отмечается, что квазипотенциальные волны эффективно излучаются малыми (в масштабах длины электромагнитной волны в плазме) источниками, например, в нижнегибридном диапазоне частот $\Omega_{\mathrm{LH}} < \omega < \min{(\omega_{\mathrm{pe}}, \omega_{\mathrm{ce}})}$ (здесь Ω_{LH} — нижнегибридная частота, $\omega = 2\pi f$, f — частота излучения, ω_{ce} и ω_{pe} — циклотронная и плазменная частоты электронов соответственно), когда волновая поверхность на заданной частоте не замкнута и имеет асимптоты, в окрестности которых может возбуждаться широкий пакет достаточно больших волновых чисел.

Раздел 1.1 посвящён развитию теоретических основ численного метода моментов на случай квазистатических антенн, находящихся в анизотропной плазме. Сначала формулируется интегральное уравнение для распределения поверхностной плотности заряда σ по поверхности антенны:

$$\Phi_0 = \iint_S \sigma(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}') dS',$$

где Φ_0 — заданный потенциал на поверхности проводника $S, G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}')$ — функция Грина уравнения для потенциала, которое в свободном пространстве имеет вид

$$\operatorname{div}(\hat{\varepsilon}\nabla\Phi)=0.$$

В зависимости от частотного диапазона это уравнение относится либо к эллиптическому, либо к гиперболическому виду, и это обстоятельство определяет вид и свойства функции Грина. В частности, в резонансных диапазонах частот оно гиперболическое и функция G имеет особенность на характеристиках этого уравнения. Далее демонстрируется, как влияют особенности поведения функции Грина в различных частотных интервалах на распределение заряда вдоль тонкого цилиндрического провода, который ориентирован под некоторым углом к магнитному полю, и импеданс этого проводника. После этого рассматривается применение метода моментов: интегральное уравнение сводится к системе линейных алгебраических уравнений. Эта процедура проводится путём условного разбиения поверхности антенны на сравнительно малые сегменты. Показывается, что несмотря на особенность функции Грина, которая является ядром интегрального оператора в соответствующем уравнении, метод моментов позволяет получить достаточно точные распределения заряда по поверхности антенны. Вычисляется погрешность определения (на основе рассчитанного распределения заряда) входного импеданса

тонкой квазистатической антенны относительно теоретического значения. Показывается, что эта погрешность достаточно мала (порядка 1%), если число сегментов составляет порядка 10. Также большое внимание уделяется приближению «тонкой» антенны, которое в анизотропной среде отличается от вакуумного случая и значительно влияет на выбор способа сегментации.

В разделе 1.2 в квазистатическом приближении излагается линейная теория возбуждения нестационарного резонансного поля в магнитоактивной плазме. Рассмотрение ведётся для случая распространения прямоугольного импульса. С одной стороны, этот случай сравнительно прост для анализа, а с другой — позволяет выявить характерные особенности в пространственно-временной структуре поля излучения. Исходное уравнение имеет вид

$$\operatorname{div}[\hat{\varepsilon}(\mathbf{r},t)\nabla\Phi(\mathbf{r},t)] = -4\pi\rho_{\rm ext}(\mathbf{r},t),$$

где $\hat{\varepsilon}(\mathbf{r},t)$ — линейный интегродифференциальный оператор, $\Phi(\mathbf{r},t)$ — потенциал поля излучения, $\rho_{\rm ext}(\mathbf{r},t)$ — объёмная плотность стороннего заряда на антенне. Решение уравнения находится методом пространственновременно́го преобразования Фурье. Основной вклад в поле излучения \mathbf{E} даёт компонента E_{ξ} , где координата ξ отсчитывается от резонансного направления поперёк:

$$E_{\xi}(\tau, \xi, t) = E_0(\tau)\tilde{E}(\tau, \xi, t)e^{-i\omega_0 t},$$

где

$$\tilde{E}(\tau,\xi,t) = \begin{cases} I_E\left(\frac{t}{q\tau}\right), & 0 \le t \le T, \\ I_E\left(\frac{t}{q\tau}\right) - I_E\left(\frac{t-T}{q\tau}\right), & t > T, \end{cases}$$

$$E_0(\tau) = -\frac{i(2\mu)^{1/2}Qe^{-i\pi/4}}{(\pi\tau)^{1/2}\varepsilon L_{\rm tr}^2}, \quad I_E(\bar{\beta}) = \int_0^{\bar{\beta}} \mathrm{d}\bar{k}\rho_{\rm ext}\left(0,0,\bar{k}\right) \exp\left[i\Psi(\bar{k})\right]\sqrt{\bar{k}}.$$

Здесь координата τ отсчитывается от источника в резонансном направлении, $\omega_0=2\pi f_0,\ f_0$ — несущая частота, q — величина, определяемая дисперсионными свойствами плазмы, T — длительность прямоугольного импульса, $\mu=\sqrt{|\varepsilon/\eta|},\ \varepsilon$ и η — поперечная и продольная (относительно магнитного поля) компоненты тензора $\hat{\varepsilon}$ соответственно, Q — полный заряд на одном из плечей антенны, которая полагается дипольной, $\bar{k}=k_{\xi}L_{\rm tr}$ — безразмерное волновое число, Ψ — фазовая функция, в

которой учитываются поправки, связанные с тепловым движением частиц, столкновениями электронов, возбуждением электромагнитной волны и временной дисперсией в среде (все поправки полагаются малыми), $ho_{
m ext}(0,0,ar{k})$ — пространственный спектр заряда на антенне при $k_y=k_ au=$ = 0. Процесс формирования поля излучения вблизи резонансного конуса при его возбуждении прямоугольным импульсом достаточно сложен. Он зависит, конечно, от распределения заряда на антенне и её геометрии. В фиксированную точку вблизи резонансной поверхности приходит множество плоских волн с различными волновыми числами k_{ξ} . Групповая скорость этих воли направлена перпендикулярно волновой поверхности. Интерференция гармоник приводит к картине поля, описываемой полученной формулой. Импульс поля с резонансной несущей частотой не является прямоугольным несмотря на то, что здесь учитывается только линейный член разложения дисперсионного соотношения по частоте, т. е. классическое расплывание, связанное с учётом квадратичного слагаемого, во внимание не принимается. (Такое расплывание формы импульса, которое не обусловлено учётом квадратичного слагаемого, называется аномальным.) Структура поля в фиксированной точке пространства (τ, ξ) в момент времени t определяется суперпозицией пространственных гармоник с волновыми числами, лежащими в интервале от $k_{\mathcal{E}}=0$ до $k_{\mathcal{E}}=t/(q\tau)$ при $0\leq t\leq T$ и в интервале от $k_{\mathcal{E}}=(t-T)/(q\tau)$ до $k_{\mathcal{E}}=t/(q\tau)$ при t > T.

В разделе 1.3 построенная линейная теория применяется для нахождения нестационарного поля излучения тонких электрических диполей с разрывным и гладким распределениями заряда вдоль антенного провода. Показывается, что при распространении в магнитоактивной плазме прямоугольный импульс значительно искажается: он испытывает сильное групповое запаздывание (задержку) и значительное аномальное (с учётом только линейного члена в разложении дисперсионного соотношения по частоте, т. е. без учёта «классической», квадратичной по частоте, дисперсии) расплывание. Результаты теоретического рассмотрения сравниваются с результатами ионосферного эксперимента OEDIPUS-C по возбуждению, распространению и приёму резонансных волн с помощью антенн, установленных на двух ракетах (излучатель-приёмник), в котором уже на расстояниях порядка десяти длин волн (частота 100 кГц, длина волны 124 м) наблюдалось заметное запаздывание сигнала, приблизительно равное $(1\div3)\cdot10^{-4}$ с, и значительное (в несколько раз) расплывание импульса с начальной длительностью 0,3 мс. Показывается, что построенная теория с учётом резонансного отклика приёмной антенны объясняет результаты этого эксперимента в деталях. Также аналитически найден класс пространственно-временных распределений резонансного поля излучения

в линейном режиме, которые зависят от «автомодельной» переменной $\bar{Y}\equiv i(\xi+i+is\tau)t/(q\tau)$, где s — безразмерная частота столкновений электронов с молекулами и ионами. Огибающая $\tilde{\Phi}(\tau,\xi,t)$ потенциала поля излучения при этом с точностью до постоянного множителя выражается через вырожденную гипергеометрическую функцию комплексного аргумента $\Phi(\bar{\alpha},\bar{\gamma};\bar{Y})$ с параметрами $\bar{\alpha}=\chi$ и $\bar{\gamma}=\chi+1$, где $(\chi+1/2)$ — чётное число $(\chi=3/2,\,7/2,\,11/2,\,15/2,\,\ldots)$:

$$\tilde{\Phi}(\tau,\xi,t) \propto \left(\frac{t}{q\tau}\right)^{\chi} \Phi(\chi,\chi+1;\bar{Y}).$$

В разделе 1.4 в квазистатическом приближении излагается линейная теория возбуждения нестационарного резонансного поля в бесконечно длинном цилиндрическом плазменном волноводе с радиусом a, ориентированном вдоль внешнего магнитного поля. При этом полагается, что в волноводе выполнены условия резонанса, а в фоновой плазме — нет, что соответствует случаю возбуждения плазменно-волновых каналов в ионосфере Земли. Вначале анализируется дисперсионное уравнение и определяются собственные моды дискретного спектра такого волновода. В частности, компоненты электрического поля собственных мод с азимутальной симметрией, которые распространяются вдоль оси z, направленной вдоль внешнего магнитного поля, имеют вид

$$E_{\rho}(\rho, z, h) = \begin{cases} a_1(h) \frac{h}{\mu_1} J_1\left(\frac{\rho h}{\mu_1}\right) \exp(ihz), & \rho \leq a, \\ a_2(h) \frac{h}{\mu_2} K_1\left(\frac{\rho h}{\mu_2}\right) \exp(ihz), & \rho > a, \end{cases}$$

$$E_{\varphi}(\rho, z, h) \equiv 0,$$

$$E_z(\rho, z, h) = \begin{cases} -iha_1(h) J_0\left(\frac{\rho h}{\mu_1}\right) \exp(ihz), & \rho \leq a, \\ -iha_2(h) K_0\left(\frac{\rho h}{\mu_2}\right) \exp(ihz), & \rho > a. \end{cases}$$

Здесь $a_1(h)$ и $a_2(h)$ — некоторые постоянные, h>0 — постоянная распространения, координата ρ отсчитывается от оси волновода в поперечном направлении, φ — азимутальный угол, $\mu_1=\sqrt{|\varepsilon_1/\eta_1|},\ \mu_2=\sqrt{\varepsilon_2/\eta_2},$ индексы 1 и 2 у величин ε и η соответствуют областям $\rho\leq a$ и $\rho>a$, $J_0(v)$ и $K_0(v)$ — функции Бесселя первого рода и Макдональда нулевого порядка, $J_1(v)$ и $K_1(v)$ — функции Бесселя первого рода и Макдональда первого порядка соответственно. Далее решается задача о возбуждении такого волновода сторонним дипольным источником, который состоит из

двух равномерно заряженных колец с радиусом a, плоскости которых параллельны друг другу, перпендикулярны оси волновода и отстоят на расстояние b друг от друга, а центры колец лежат на оси волновода. На основе найденного пространственного распределения поля с помощью метода Фурье строится решение нестационарной задачи, когда сигнал на кольцах имеет прямоугольную форму. Полученное решение анализируется, в частности отмечаются эффекты сильного аномального расплывания и значительного группового запаздывания.

В главе 2 анализируется задача об ионизационном самоканалировании квазиэлектростатических волн в плазме, приводящем к формированию вытянутого вдоль магнитного поля плазменно-волнового канала с повышенной концентрацией плазмы. Он создаётся при ионизации газа или фоновой плазмы в области сильного электромагнитного поля излучающей антенны и поддерживается этим полем. Таким образом, плазменноволновой канал является самосогласованной разрядной структурой. Волны, распространяющиеся в разрядной части канала и поддерживающие его, могут быть свистовыми или квазипотенциальными, т. е. в плазме канала выполняются условия резонанса. В работе рассматривается случай, когда в канале распространяются квазипотенциальные волны.

В разделе 2.1 приводятся самосогласованные уравнения для распределения электрического поля излучения, концентрации и температуры электронов. Так, уравнение для квазиэлектростатического поля волны в свободной от источников области имеет вид

$$\operatorname{div}\left[\hat{\varepsilon}(N)\nabla\Phi\right] = 0,$$

где компоненты тензора $\hat{\varepsilon}$ зависят от концентрации плазмы N. Далее, в условиях, когда баланс концентрации обусловлен диффузией заряженных частиц с коэффициентами D_{\parallel} (вдоль магнитного поля) и D_{\perp} (поперёк магнитного поля), ионизацией электронным ударом с частотой $\nu_{\rm i}$, диссоциативным прилипанием электронов с частотой $\nu_{\rm a}$, электронной рекомбинацией с коэффициентом $\alpha_{\rm r}$ и источником $I_{\rm ext}$, поддерживающим равновесную концентрацию фоновой плазмы, соответствующее уравнение имеет вид

$$\begin{split} \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{\parallel}(T_{\rm e}) \frac{\partial N}{\partial z} \right] + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho D_{\perp}(T_{\rm e}) \frac{\partial N}{\partial \rho} \right] + \\ &+ \left[\nu_{\rm i}(T_{\rm e}) - \nu_{\rm a}(T_{\rm e}) \right] N - \alpha_{\rm r}(T_{\rm e}) N^2 + I_{\rm ext}, \end{split}$$

где $T_{\rm e}$ — температура электронов. Отмечается, что уравнение имеет

такую форму при выполнении условия

$$\frac{L_{\parallel}^2}{L_{\perp}^2} \gg \frac{D_{\rm e\parallel}}{D_{\rm i\perp}},$$

где L_{\parallel} и L_{\perp} — характерные продольный и поперечный масштабы неоднородности концентрации N соответственно, индексы е и і соответствуют электронам и ионам [29].

В разделе 2.2 предлагается упрощённая модель динамики (формирования) плазменно-волнового канала. Предполагается, что электронная температура в канале почти однородна и не изменяется со временем. Это позволяет ограничиться системой двух самосогласованных уравнений для электрического поля волны и концентрации электронов, если представить частоту ионизации как функцию комплексной амплитуды электрического поля:

$$\nu_{\rm i}(|\mathbf{E}|) = (|\mathbf{E}|/E_{\rm p})^{\beta} \nu_{\rm a},$$

где $E_{\rm p}$ — пробойное поле в плазме, β — показатель крутизны зависимости частоты ионизации от амплитуды электрического поля волны, причём для воздуха $\beta = 16/3$. Допускается также следующее. Прежде всего, считается, что разрядная часть канала, которая вытягивается (растёт) вдоль магнитного поля, состоит из стационарной и сравнительно короткой нестационарной областей. В стационарной области концентрация электронов и амплитуда поля полагаются установившимися, т. е. не зависящими от времени. Кроме того, плазма в этой области полагается однородной, прежде всего благодаря сильной продольной диффузии. (При этом, вообще говоря, плазма неоднородна в поперечном направлении. Тем не менее для расчётов поля в стационарной области и при рассмотрении окрестности фронта ионизации достаточно полагать, что плазма в стационарной области однородна не только в продольном, но и поперечном направлении.) Стационарная область простирается от области источника (точнее, от области формирования канала) до границы с нестационарной областью. В нестационарной области происходят сложные нестационарные процессы ионизации и установления поля и концентрации электронов. Эта область перемещается вдоль магнитного поля со скоростью фронта ионизации, равной характерной групповой скорости квазипотенциальных волн $V_{\rm gr}$. Как показывают проведённые расчёты, основной вклад в затухание квазипотенциальных волн в стационарной области дают столкновительные, а не ионизационные потери. Вместе с предыдущими допущениями это означает, что структура электрического поля в этой области совпадает с найденной в предыдущем разделе и представляет собой суперпозицию собственных мод. Далее, вся мощность, подводимая от диполя к нестационарной области, идёт на ионизационные потери в ней. (Расчёты показывают, что в этой области акты ионизации происходят гораздо чаще, чем столкновения.) Следовательно, падающая от источника волна не отражается из нестационарной области и от фронта ионизации. Перед фронтом ионизации находится диффузионная часть канала. В ней поле исчезающе мало, а заряженные частицы появляются за счёт продольной диффузии из разрядной части, главным образом из нестационарной области. По заданным характеристикам излучателя и фоновой плазмы определяются основные параметры плазмы канала: например, в характерных условиях ночной ионосферы на высоте 150 км квазистатическая дипольная антенна с размером 25.6 м, частотой излучения $4.3 \cdot 10^6 \, \mathrm{c}^{-1}$ и мощностью сигнала $0.07 \, \mathrm{kBt}$ возбуждает канал со средней температурой электронов 1,49 эВ, концентрацией $1,0 \cdot 10^4$ см⁻³ и длиной разрядной части 9,31 км. Наконец, в окрестности фронта ионизации аналитически находятся автомодельные солитоноподобные распределения концентрации плазмы и величины электрического поля, которые соответствует вытягиванию плазменно-волнового канала в направлении магнитного поля. При этом используется то, что на фронте ионизации граница между областями гиперболичности и эллиптичности уравнения для потенциала волны может быть аппроксимирована, например, параболоидом. Это означает, что характеристики гиперболического уравнения для потенциала, исходящие из диполя и входящие в эту область из стационарной области, сваливаются в точку с координатой $\rho=0$ на переднем фронте (в соответствующем фазовом пространстве это особая точка типа фокус или узел в зависимости от кривизны границы между областями гиперболичности и эллиптичности), испытывая изломы на параболической границе. Иными словами, в рассматриваемой нестационарной области происходит значительное уплотнение (сгущение) особых характеристик в пространстве. Это означает, что величина электрического поля в этой области значительно больше, чем в точках пересечения особых характеристик в стационарной области. Фактически это обстоятельство и определяет интенсивную ионизацию в нестационарной области и вытягивание канала в направлении магнитного поля. Вблизи переднего фронта характеристики квазипоперечны магнитному полю. Следовательно, в нестационарной области в окрестности фронта ионизации поле имеет только компоненту E_z , а задачу можно полагать одномерной. Оценки показывают, что в этой области основной вклад в баланс концентрации даёт не диффузия, а ионизация. Иными словами, в нестационарной области за характерное время ионизации частицы перемещаются вследствие диффузии на гораздо меньшее расстояние, чем фронт ионизации, и поэтому диффузионным слагаемым можно пренебречь. Отметим, что в стационарной области, напротив, основной вклад в баланс концентрации вносит диффузия. Уравнение для электрического поля в одномерном случае интегрируется:

$$E_z = \frac{U}{N_c - N(1 - is)},$$

где $N_{\rm c}$ — критическая концентрация плазмы, U — постоянная. Решение уравнения баланса концентрации можно записать в неявной форме

$$z' = \int_{N_{\rm c}}^{N} \left\{ \frac{\nu_{\rm a}}{V_{\rm gr}} \left[1 - \left(\frac{|U|}{E_{\rm p}|N_{\rm c} - N'(1-is)|} \right)^{\beta} \right] N' + \frac{\alpha_{\rm r}}{V_{\rm gr}} N'^2 - \frac{I_{\rm ext}}{V_{\rm gr}} \right\}^{-1} \mathrm{d}N'.$$

При этом используется условие $N(z'=0)=N_{\rm c}$ на параболической границе z'=0. Переменная z' имеет смысл координаты в системе отсчёта, связанной с движущимся фронтом ионизации: $z'=z-V_{\rm gr}t$. Постоянная U определяется из условия, что вся подводимая к нестационарной области мощность идёт на ионизацию в ней. Анализ полученных распределений показывает, что электрическое поле вблизи фронта ионизации резко возрастает и на порядок величины превосходит пробойное значение.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе.

Основные результаты

- 1) Исследовано распространение медленных квазиэлектростатических волн, возбуждаемых в магнитоактивной плазме в резонансной полосе частот гармоническим источником в импульсном режиме. Найдены эффекты группового запаздывания и аномального расплывания сигнала в случае его распространения в однородной и кусочно-однородной плазме.
- 2) Детально объяснены результаты двухточечного (излучатель—приёмник) ионосферного эксперимента OEDIPUS-C на высотах $600 \div 800$ км, в котором уже на расстояниях порядка десяти длин волн (частота 100 кГц, длина волны 124 м) наблюдалось заметное запаздывание сигнала, приблизительно равное $(1 \div 3) \cdot 10^{-4}$ с, и значительное (в несколько раз) расплывание импульса с начальной длительностью 0.3 мс.
- 3) Аналитически найден класс пространственно-временных распределений резонансного поля излучения в линейном режиме, которые зависят от «автомодельной» переменной, включающей в себя и время, и пространственные координаты.
 - 4) Изучено ионизационное самоканалирование квазипотенциальных

волн в нижнегибридном диапазоне частот, приводящее к образованию плазменно-волнового канала. По заданным характеристикам излучателя и фоновой плазмы определены основные параметры плазмы канала: например, в характерных условиях ночной ионосферы на высоте 150 км квазистатическая дипольная антенна с размером 25,6 м, частотой излучения $4.3 \cdot 10^6 \ {\rm c}^{-1}$ и мощностью сигнала 0.07 кВт возбуждает канал со средней температурой электронов 1.49 эВ, концентрацией $1.0 \cdot 10^4 \ {\rm cm}^{-3}$ и длиной разрядной части 9.31 км.

- 5) Аналитически найдены нестационарные самосогласованные распределения концентрации плазмы и величины электрического поля в малой области за фронтом ионизации. Показано, что величина электрического поля на самом фронте ионизации в рамках использованной модели на порядок величины превосходит пробойное значение.
- 6) Показано, что численный метод моментов может быть использован для расчёта распределений заряда по поверхности антенн в магнитоактивной плазме в квазистатическом приближении, в том числе в резонансных условиях, когда функция Грина уравнения для потенциала комплексная и имеет особенность на характеристиках этого уравнения. Проведённые тестовые расчёты показали сравнительно высокую точность метода: например, относительная ошибка вычисления входного импеданса таким методом не превышает 1% при числе сегментов, на которые условно разделяется антенный провод, порядка 10. Показано, что в отличие от вакуума, в магнитоактивной плазме даже для тонкого провода во многих случаях в расчётах важно учитывать зависимость поверхностного заряда от азимутального угла.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- А1. Чугунов Ю. В., Широков Е. А. Нестационарное резонансное квазиэлектростатическое поле излучения дипольных антенн в магнито-активной плазме в резонансной полосе частот // Научная студенческая конференция Высшей школы общей и прикладной физики ННГУ «ВШОП Φ '2011» : тезисы докладов. Нижний Новгород, 2011. С. 18.
- А2. Широков Е. А., Чугунов Ю. В. Нестационарное квазиэлектростатическое поле излучения дипольных антенн в магнитоактивной плазме в резонансной полосе частот // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 7. С. 510–521.
- А3. Чугунов Ю. В., Широков Е. А. Нестационарное квазиэлектростатическое поле излучения дипольных антенн в магнитоактивной плазме в резонансной полосе частот // 7-я ежегодная конференция «Физика плазмы в Солнечной системе» : тезисы докладов. Москва, 2012. С. 169.

- А4. *Широков Е. А.*, *Чугунов Ю. В.* Возбуждение и распространение электромагнитного импульса в магнитоактивной плазме в нижнегибридном диапазоне частот // Космические исследования. 2013. Т. 51, № 1. С. 73–80.
- А5. Широков Е. А., Чугунов Ю. В. Возбуждение квазиэлектростатических волн в плазменном волноводе импульсным источником в нижнегибридном диапазоне частот // 8-я ежегодная конференция «Физика плазмы в Солнечной системе» : тезисы докладов. Москва, 2013. С. 163-164.
- Аб. Широков Е. А., Чугунов Ю. В. Аномальное расплывание и групповое запаздывание импульсного сигнала, распространяющегося в плазменном волноводе во внешнем магнитном поле // Труды XVII научной конференции по радиофизике, посвящённой 100-летию со дня рождения В. С. Троицкого. Нижний Новгород, 2013. С. 21–23.
- А7. Широков Е. А., Чугунов Ю. В. Формирование плазменно-волновых каналов при ионизационном самовоздействии квазиэлектростатических волн в неоднородной магнитоактивной плазме // 9-я ежегодная конференция «Физика плазмы в Солнечной системе» : тезисы докладов. Москва, 2014. С. 144–145.
- A8. Shirokov E. A., Chugunov Yu. V. Dynamics of plasma-wave channels in magnetized plasmas [Электронный ресурс] // 41st EPS Conference on Plasma Physics: abstracts. Berlin, 2014. http://ocs.ciemat.es/EPS2014ABS/pdf/P4.113.pdf.
- A9. Shirokov E. A., Chugunov Yu. V. Dynamics of plasma-wave channels in magnetized plasmas [Электронный ресурс] // 41st EPS Conference on Plasma Physics: proceedings. Berlin, 2014. http://ocs.ciemat.es/EPS2014 PAP/pdf/P4.113.pdf.
- A10. Shirokov E. A. Computations of the input impedance of antennas in a magnetoplasma using the method of moments // XXXI URSI General Assembly and Scientific Symposium : proceedings. Beijing, 2014. doi:10.1109/URSIGASS.2014.6929736.
- А11. Широков Е. А., Чугунов Ю. В. Динамика плазменно-волновых каналов в магнитоактивной плазме в условиях резонанса // 10-я ежегодная конференция «Физика плазмы в Солнечной системе» : тезисы докладов. Москва, 2015. С. 153–154.
- A12. Shirokov E. A. Application of the method of moments to the analysis of radiation from metal and plasma antennas in conditions typical for the near-

- Earth plasma // 1st URSI Atlantic Radio Science Conference : proceedings. Gran Canaria, 2015. doi:10.1109/URSI-AT-RASC.2015.7303150.
- А13. Чугунов Ю. В., Широков Е. А., Фомина И. А. К теории короткой цилиндрической антенны в анизотропных средах // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 5. С. 352–361.
- A14. Shirokov E. A. Computations of the input impedance of antennas in cold magnetoplasmas in nongyrotropic and quasi-stationary cases using the method of moments // IEEE Trans. Antennas Propag. 2015. V. 63, N 12. P. 5846–5849.
- А15. Широков E. A., Чугунов IО. B. Модель динамики плазменноволновых каналов в магнитоактивной плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 1. С. 25–36.
- А16. Широков Е. А., Чугунов Ю. В. Излучение плазменно-волнового канала в условиях ионосферы Земли // 11-я ежегодная конференция «Физика плазмы в Солнечной системе» : тезисы докладов. Москва, 2016. С. 129–130.
- A17. Shirokov E. A., Chugunov Yu. V. Dynamics of plasma-wave channels in the resonant frequency range in the Earth's ionosphere // 39th Annual Seminar "Physics of Auroral Phenomena": abstracts. Apatity, 2016. P. 38.
- А18. *Чугунов Ю. В., Широков Е. А.* Квазистатический диполь в магнитоактивной плазме в резонансной полосе частот. Отклик приемной антенны и распределение заряда на антенном проводе // Космические исследования. 2016. Т. 54, № 3. С. 209–216.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Мареев Е. А.*, *Чугунов Ю. В.* Антенны в плазме. Нижний Новгород : ИПФ АН СССР, 1991. 232 с.
- 2. Железняков В. В. Излучение в астрофизической плазме. М. : «Янус-К», 1997. 528 с.
- 3. Chugunov Y. V., Fiala V., Hayosh M., James H. G. Whistler mode resonance-cone transmissions at 100 kHz in the OEDIPUS-C experiment // Radio Sci. 2012. V. 47, N 6. Art. no. RS6002.
- 4. Kondrat'ev I. G., Kudrin A. V., Zaboronkova T. M. Electrodynamics of Density Ducts in Magnetized Plasmas. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 1999. 288 p.

- 5. *Андронов А. А.*, *Чугунов Ю. В.* Квазистационарные электрические поля источников в разреженной плазме // УФН. 1975. Т. 116, № 1. С. 79–113.
- 6. Balmain K. G. The impedance of a short dipole antenna in a magnetoplasma // IEEE Trans. Antennas Propag. 1964. V. 12, N_2 5. P. 605–617.
- 7. Чугунов Ю. В. Квазистатическая теория антенны в магнитоактивной плазме при наличии плазменного резонанса // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 12. С. 1829–1838.
- 8. Kuehl H. H. Electromagnetic radiation from an electric dipole in a cold anisotropic plasma // Phys. Fluids. 1962. V. 5, № 9. P. 1095–1103.
- 9. Денисов Н. Г., Докучаев В. П., Тамойкин В. В. О нестационарном излучении дипольных источников в плазме с диагональным тензором диэлектрической проницаемости // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 3. С. 351–357.
- 10. Беллюстин Н. С. Установление резонансных полей в магнитоактивной плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20, № 11. С. 1605–1613.
- 11. Чугунов Ю. В. Об особенностях квазиэлектростатического поля источников в магнитоактивной плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14, № 1. С. 44–52.
- 12. Пилия А. Д., Фёдоров В. И. Особенности поля электромагнитной волны в холодной анизотропной плазме с двумерной неоднородностью // ЖЭТФ. 1971. Т. 60, № 1. С. 389–399.
- 13. Заборонкова Т. М., Костров А. В., Кудрин А. В. и др. Каналирование волн свистового диапазона в неоднородных плазменных структурах // ЖЭТФ. 1992. Т. 102, № 4. С. 1151–1166.
- 14. Заборонкова Т. М., Кондратьев И. Г., Кудрин А. В. Излучение кольцевых источников диапазона очень низких частот в магнитоактивной плазменной среде при наличии цилиндрического плазменного канала // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 1. С. 43–50.
- 15. Вдовиченко И. А., Марков Г. А. Особенности дисперсионных характеристик неоднородных плазменных волноводов в продольном магнитном поле // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51, № 5. С. 434–446.

- 16. *Ораевский В. Н.* Параметрические неустойчивости магнитоактивной плазмы // Основы физики плазмы. Т. 2. М. : Энергоатомиздат, 1984. С. 7–48.
- 17. *Марков Г. А.*, *Миронов В. А.*, *Сергеев А. М.* О самоканализации плазменных волн в магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29, № 11. С. 672–676.
- 18. *Марков Г. А., Миронов В. А., Сергеев А. М., Соколова И. А.* Многопучковая самоканализация плазменных волн // ЖЭТФ. 1981. Т. 80, № 6. С. 2264–2271.
- 19. Chugunov Yu. V., Markov G. A. Active plasma antenna in the Earth's ionosphere // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 2001. V. 63. P. 1775–1787.
- 20. *Марков Г. А.*, *Белов А. С.* Демонстрация нелинейных волновых явлений в плазме лабораторной модели ионосферно-магнитосферного дакта плотности // УФН. 2010. Т. 180, № 7. С. 735–744.
- 21. Ky∂рин А. В., Kyрина Л. Е., Марков Г. А. Ионизационное самоканалирование свистовых волн в столкновительной замагниченной плазме // ЖЭТФ. 1997. Т. 112, № 4. С. 1285–1298.
- 22. *Кудрин А. В.*, *Курина Л. Е.*, *Петров Е. Ю.* Ионизационное формирование плазменной неоднородности ближним полем источника магнитного типа в замагниченной плазме // ЖЭТФ. 2001. Т. 119, № 6. С. 1118–1128.
- 23. Jardin~S. Computational Methods in Plasma Physics. London : Chapman & Hall/CRC, 2010. 372 p.
- 24. *Harrington R. F.* Field Computation by Moment Methods. Hoboken: Wiley/IEEE Press, 1993. 240 p.
- 25. Ergül Ö., Gürel L. The Multilevel Fast Multipole Algorithm (MLFMA) for Solving Large-Scale Computational Electromagnetics Problems. Hoboken: Wiley/IEEE Press, 2014. 470 p.
- 26. Burke G. J., Miller E. K., Poggio A. J. The numerical electromagnetics code (NEC)—A brief history // Proc. Antennas Propag. Soc. Int. Symp. 2004. V. 3. P. 2871–2874.
- 27. Chew W. C. Vector potential electromagnetics with generalized gauge for inhomogeneous media: formulation (invited paper) // PIER. 2014. V. 149. P. 69–84.

- 28. Научные достижения Российской академии наук в 2012 году // Отчетный доклад Президиума Российской академии наук [Электронный ресурс]. http://www.ras.ru/FStorage/Download.aspx?id=97cfff27-6174-4c69-a50a-17f0dfbb2b4e.
- 29. Гериман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М. : Наука, 1974. 256 с.

ШИРОКОВ Евгений Алексеевич

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО ПАКЕТА РЕЗОНАНСНЫХ КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН АНТЕННАМИ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Автореферат

Подписано к печати 29.03.2016. Формат $60 \times 90^{1}/_{16}$. Усл. печ. л. 1,5. Тираж 100 экз. Заказ № 31 (2016).

Отпечатано в типографии ИПФ РАН, 603950, г. Н. Новгород, ул. Ульянова, 46